Università degli Studi di Milano – Bicocca
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"
Piazza della Scienza, 3 – 20126 – Milano
Tel.: +39 0264482825
Fax:: +39 0264482463
e-mail: pessina@mib.infn.it

ELETTRONICA APPLICATA

Soluzioni del tema d'esame del 26 Settembre 2007

Es. 1:

Occorre semplicemente applicare il teo dei residui alla funzione:

$$f(s)=\frac{1}{s}\frac{1}{1+s/p_A}\frac{1}{1+s/\overline{p_A}}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+p_A}+\frac{\overline{B}}{s+\overline{p_A}},$$

dove:

$$A=\lim_{s\to 0} sf(s)=1$$

$$B=\lim_{s\to -p_A}(s+p_A)f(s)=-\frac{\overline{p_A}}{\overline{p_A}-p_A}$$

$$\overline{B}=-\frac{p_A}{p_A-\overline{p_A}}=\frac{p_A}{\overline{p_A}-p_A}$$

Da cui risulta che:

$$f(t)=1-exp(-\alpha t)\left[\frac{\alpha}{\beta}sin(\beta t)+cos(\beta t)\right].$$

I punti di massimo per f(t) si trovano derivando f(t):

$$f'(t)=exp(-\alpha t)sin(\beta t)\frac{\alpha^2+\beta^2}{\beta}.$$

Questa funzione ha massimi per t=nπ/β, con n=1, 3, 5, …. Nel primo massimo si ha:
$f(\pi/\beta)=1+exp(-\pi\alpha/\beta)$.
Con i dati del problema risulta che $f(\pi/\beta)=1.53$. Quindi la percentuale di overshot è del 53 %.
Imponendo che $f(\pi/\beta)=1.05$ si ottiene che: $\alpha/\beta=0.954$. Vale a dire che il nuovo polo potrebbe essere: p=-476.8k rad+j500k rad.

Es. 2:

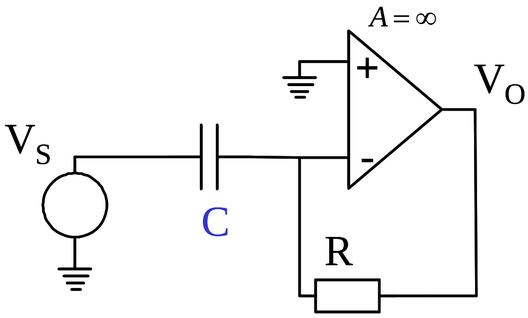
Per la valutazione del guadagno ad anello chiuso ci riferiamo alla figura sotto, da cui si ottiene che:

$$V_O=-sCRV_S;$$

da cui si evince anche che:

$$\beta=-\frac{1}{sCR}.$$

Università degli Studi di Milano – Bicocca
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"
Piazza della Scienza, 3 – 20126 – Milano
Tel.: +39 0264482825
Fax:: +39 0264482463
e-mail: pessina@mib.infn.it



La verifica del guadagno di anello T partiamo invece dal circuito sotto. V_O deriva dalla partizione tra R_O e il parallelo tra R_L e la serie tra R, R_P e C:

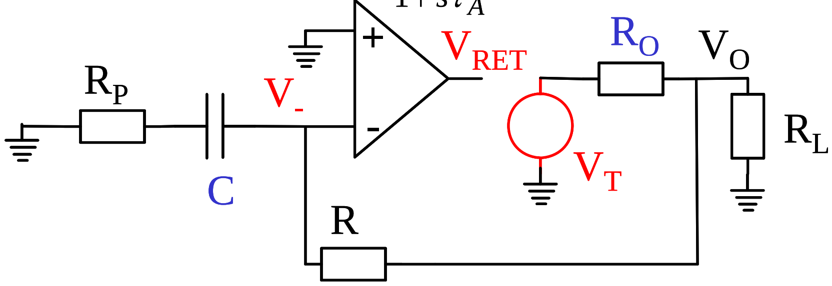
$$V_O = \frac{R_L\left[1+sC\left(R+R_P\right)\right]}{1+sC\left(R+R_P+R_L\right)}\frac{1}{R_O+\frac{R_L\left[1+sC\left(R+R_P\right)\right]}{1+sC\left(R+R_P+R_L\right)}}V_T$$

$$= \frac{R_L\left[1+sC\left(R+R_P\right)\right]}{R_L+R_O+sC\left[\left(R+R_P+R_L\right)R_O+\left(R+R_P\right)R_L\right]}V_T .$$

A questo punto possiamo valutare V_-, dato dalla partizione di V_O tra R e la serie tra C ed R_P:

$$V_- = \frac{1+sCR_P}{sC}\frac{1}{R+\frac{1+sCR_P}{sC}}V_O = \frac{1+sCR_P}{1+sC\left(R_P+R\right)}V_O$$

$$A(s) = \frac{A_o}{1+s\tau_A}$$



In definitiva:

$$T = \frac{V_{RET}}{V_T} = -\frac{A_o}{1+s\tau_A}\frac{R_L\left[1+sCR_P\right]}{R_L+R_O+sC\left[\left(R+R_P+R_L\right)R_O+\left(R+R_P\right)R_L\right]} .$$

Determinare il valore di R_P che garantisca l'angolo margine richiesto è agevole se facciamo la semplificazione che R_L sia di valore molto elevato:

$$T = \frac{V_{RET}}{V_T} = -\frac{A_o}{1+s\tau_A}\frac{1+sCR_P}{1+sC\left[R_O+R+R_P\right]} .$$

Assumiamo ora, e verificheremo poi la consistenza, che risulti $CR_P \ll C(R_O+R+R_P)$. Alla frequenza ω_{70} i 2 poli introdurranno uno sfasamento prossimo a -180°. Di conseguenza $\omega_{70}CR_P=tg(70°)$, ovvero:

Università degli Studi di Milano – Bicocca
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"
Piazza della Scienza, 3 – 20126 – Milano
Tel.: +39 0264482825
Fax:: +39 0264482463
e-mail: pessina@mib.infn.it

$$|T| = 1 \approx \frac{A_o}{\omega_{70}\tau_A}\frac{\sqrt{1+tg(70)^2}}{\omega_{70}C[R_O+R+R_P]}$$

$$\omega_{70} \approx \sqrt{\frac{A_o}{\tau_A}\frac{\sqrt{1+tg(70)^2}}{C[R_O+R+R_P]}} = 535.4\ Krad$$

Dove nell'ultima espressione si è trascurata R_P a denominatore. Perciò:

$$R_P = \frac{tg(70)}{C\omega_{70}} = 513.2\,\Omega$$

In effetti l'assunzione approssimata è giustificata essendo $C(R_O+R+R_P) \approx C$x10 KΩ>> $CR_P = C$*508 Ω.

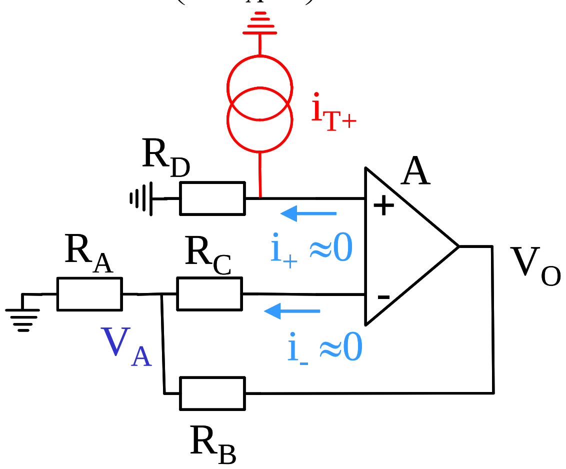
Es. 3:

Calcoliamo la funzione di trasferimento per la sorgente di rumore connessa al terminale non invertente partendo dal circuito della figura sotto. Facendo l'ipotesi che il guadagno di anello sia molto grande si possono trascurare le correnti di segnale di ingresso i_+ ed i_-. si ottiene che:

$$V_+ = R_D i_{T+}\,.$$

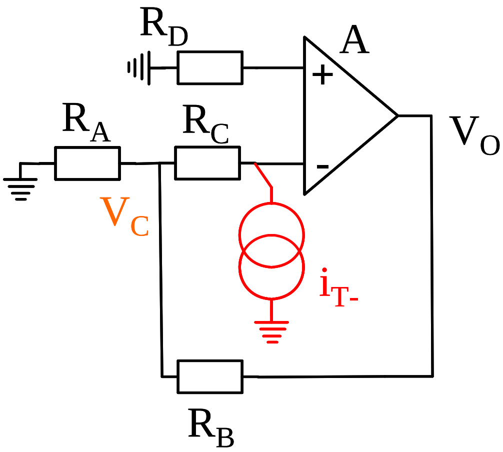
In questa circostanza in R_C non scorre corrente, $V_A=V_-$. Inoltre $V_- \approx V_+$. Quindi V_{O+} risulta:

$V_{o+} = \dfrac{R_A+R_B}{R_A} R_D\, i_{T+}$. Ovvero: $\overline{V_{o+}^2} = \left(\dfrac{R_A+R_B}{R_A}\right)^2 R_D^2\, \overline{i_+^2}$.



Il contributo all'uscita del rumore presente al terminale invertente si ricava a partire dalla figura sotto:

Università degli Studi di Milano – Bicocca
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"
Piazza della Scienza, 3 – 20126 – Milano
Tel.: +39 0264482825
Fax:: +39 0264482463
e-mail: pessina@mib.infn.it



In questo caso il terminale non-invertente non può che essere a potenziale nullo. Per effetto della reazione anche il terminale invertente sarà ad un potenziale simile. La corrente i_{T-} sviluppa ai capi di R_C una ddp che si sottrae (o somma) al valore del potenziale non-invertente, ovvero nullo. Quindi si ha che l'equazione al nodo avente potenziale V_A è:

$$\frac{V_C}{R_A}+\frac{V_C}{R_C}+\frac{V_C-V_O}{R_B}=0$$

Da cui:

$$V_O=\left(\frac{R_A+R_B}{R_A}+\frac{R_B}{R_C}\right)R_C I_{T-}$$

Siccome R_C>>R_A, R_B possiamo approssimare:

$$V_O\approx\frac{R_A+R_B}{R_A}R_C I_{T-}$$

Ovvero $V_C \approx R_C i_{T-}$.

Di conseguenza V_{O-} risulta:

$V_{o-}=\dfrac{R_A+R_B}{R_A}R_C\, i_{T-}$, quindi: $\overline{V_{o-}^2}=\left(\dfrac{R_A+R_B}{R_A}\right)^2 R_C^2\,\overline{i_-^2}$. In definitiva:

$\overline{V_o^2}=\left(\dfrac{R_A+R_B}{R_A}\right)^2\left[R_D^2\,\overline{i_+^2}+R_C^2\,\overline{i_-^2}\right]=3.46\times10^{-9}\;V^2/Hz$, ovvero: $\sqrt{\overline{V_o^2}}=58.8\;\mu V/\sqrt{Hz}$.

Es. 4:

In assenza di segnale il rumore in uscita è dato dalla sovrapposizione del rumore di tutti i preamplificatori. Il contributo di ogni singolo preamplificatore è:

$$\overline{V_O^2}=\frac{(C_A+C_F+C_D/N)^2}{C_F^2}\overline{e_A^2}\left|T(s)\right|^2.$$

Il contributo di tutti gli amplificatori è la somma lineare di tutti. Nel caso i preamplificatori abbiano simili caratteristiche:

$$\overline{V_{OTot}^2}=N\frac{(C_A+C_F+C_D/N)^2}{C_F^2}\overline{e_A^2}\left|T(s)\right|^2.$$

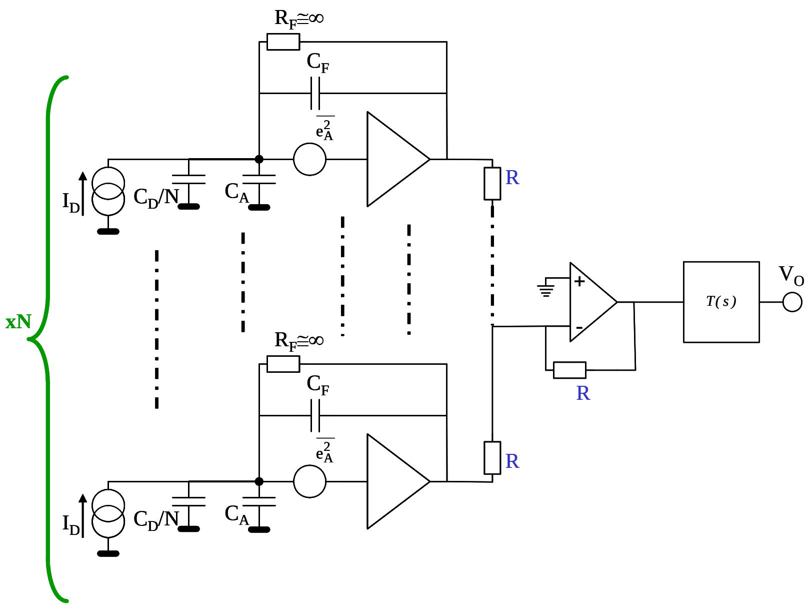
Università degli Studi di Milano – Bicocca
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"
Piazza della Scienza, 3 – 20126 – Milano
Tel.: +39 0264482825
Fax:: +39 0264482463
e-mail: pessina@mib.infn.it

Il rumore RMS all'uscita lo otteniamo integrando su tutte le possibili frequenze. Come sappiamo, in presenza del solo rumore bianco il risultato sarà:

$$V_{OTotRMS} = N\frac{\left(C_A + C_F + C_D/N\right)^2}{C_F^2}\overline{e_A^2}\frac{g}{\tau},$$

dove g è il risultato del calcolo integrale che dipende dalla forma del filtro, ma non dalla sua costante di tempo, esplicitamente indicata nel denominatore.
La particella incidente eccita un solo rivelatore, producendo un segnale di uscita pari a:

$$V_O = \frac{Q}{C_F}f(t).$$



Con f(t) l'integrale dell'antitrasformata della funzione del filtro. Questo segnale ha massimo all'istante t_{MAX} dove otteniamo:

$$V_O\left(t_{MAX}\right) = \frac{Q}{C_F}r.$$

ENC è la carica da iniettare all'ingresso che rende unitario il rapporto segnale/rumore:

$$1 = \frac{V_{OMAX}^2}{V_{OTotRMS}^2} = \frac{ENC^2 r^2}{C_F^2}\frac{C_F^2}{N\left(C_A + C_F + C_D/N\right)^2\overline{e_A^2}\frac{g}{\tau}}$$

$$ENC^2 = N\left(C_A + C_F + C_D/N\right)^2\overline{e_A^2}\frac{1}{\tau}\frac{g}{r^2}.$$

$$ENC^2 = N\left(C_A + C_F + C_D/N\right)^2\overline{e_A^2}\frac{1}{\tau}\alpha$$

Siccome per N→0 e per N→∞ ENC^2→∞ avremo un minimo. Derivando si ottiene che:

Università degli Studi di Milano – Bicocca
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"
Piazza della Scienza, 3 – 20126 – Milano
Tel.: +39 0264482825
Fax:: +39 0264482463
e-mail: pessina@mib.infn.it

$$(C_A + C_F + C_D/N)^2 - \frac{2NC_D}{N^2}(C_A + C_F + C_D/N) = 0$$

$$(C_A + C_F + C_D/N) - \frac{2C_D}{N} = 0$$

$$C_A + C_F - \frac{C_D}{N} = 0 \quad \Rightarrow \quad N = \frac{C_D}{C_A + C_F}$$